(注) この科目には，選択問題があります。(3ページ参照。)

第1問 (必答問題) (配点 50)

〔1〕

(1) 2桁の自然数と，その自然数の一の位の数字と十の位の数字を入れ替えた数の和が11の倍数となることを次のように証明した。

$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $x+y$	① $10x+10y$	② $11x+11y$
③ $10x+y$	④ $11x+y$	⑤ $x+10y$
⑥ $x+11y$	⑦ $10xy$	⑧ $11xy$

(証明)

2桁の自然数の十の位の数字を x，一の位の数字を y とすると，この自然数は x，y を用いて $\boxed{ア}$ と表せる。ここで，x は9以下の自然数，y は0以上9以下の整数である。

よって，2桁の自然数 $\boxed{ア}$ と，その自然数の一の位の数字と十の位の数字を入れ替えた数の和は

$$\boxed{ア}+\boxed{イ}=11\left(\boxed{ウ}\right)$$

であり，$\boxed{ウ}$ は整数であるから，$\boxed{ア}+\boxed{イ}$ は11の倍数である。

(証明終わり)

(第1問は次ページに続く。)

(2)　3桁の自然数と，その自然数の一の位の数字と百の位の数字を入れ替えた数との和や差について考える。

3桁の自然数と，その自然数の一の位の数字と百の位の数字を入れ替えた数との和は $\boxed{\text{エ}}$。また，3桁の自然数と，その自然数の一の位と百の位の数字を入れ替えた数との差は $\boxed{\text{オ}}$。$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　必ず 11 の倍数となる

①　11 の倍数となることも，11 の倍数とならないこともある

②　11 の倍数となることはない

3桁の自然数の百の位の数字を x，十の位の数字を y，一の位の数字を z として，その一の位の数字と百の位の数字を入れ替えた数との和を X とするとき，X を x，y，z を用いて表すと

$$X = \boxed{\text{カキク}}\,x + \boxed{\text{ケコ}}\,y + \boxed{\text{カキク}}\,z$$

である。ただし，x は 9 以下の自然数，y，z は 0 以上 9 以下の整数である。$\boxed{\text{カキク}}$ に最も近い 11 の倍数は $\boxed{\text{サシ}}$，$\boxed{\text{ケコ}}$ に最も近い 11 の倍数は $\boxed{\text{スセ}}$ であり

$$X = \boxed{\text{サシ}}\,x + \boxed{\text{スセ}}\,y + \boxed{\text{サシ}}\,z + 2\left(\boxed{\quad * \quad}\right) \quad \cdots\cdots ①$$

$\boxed{\quad * \quad}$ に当てはまる式を求め，X が 11 の倍数となるような整数 x，y，z の条件を①から求めよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(あ)}}$ に記述せよ。

(第1問は次ページに続く。)

〔2〕 関数 $y=ax+b$ について，そのグラフをコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて表示させる。

このソフトでは，a，b の値を入力すると，その値に応じたグラフが表示される。さらに，それぞれの $\boxed{}$ の下にある ● を左に動かすと値が減少し，右に動かすと値が増加するようになっており，値の変化に応じて関数のグラフが画面上で動く仕組みになっている。

最初に，a，b をある値に定めたところ，図1のように，x 軸，y 軸のいずれとも正の部分と交わる直線が表示された。

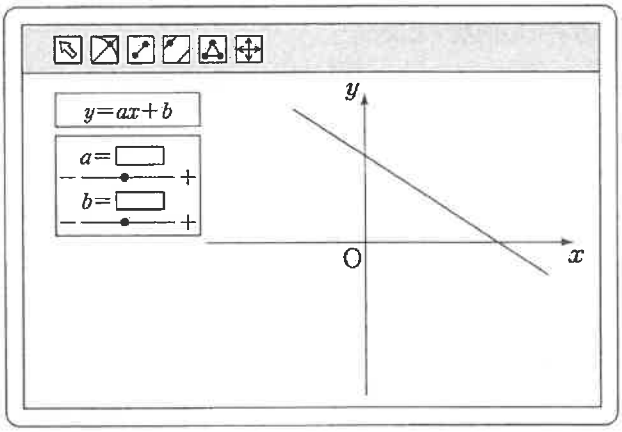
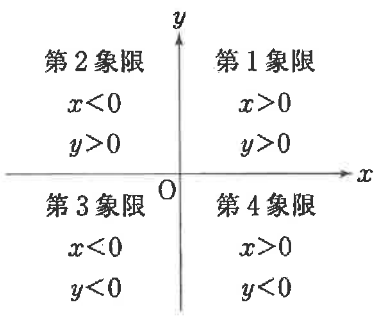


図1

また，座標平面は x 軸，y 軸によって四つの部分に分けられる。これらの各部分を「象限」といい，右の図のように，それぞれを「第1象限」「第2象限」「第3象限」「第4象限」という。ただし，座標軸上の点はどの象限にも属さないものとする。



このとき，次の問いに答えよ。

(第1問は次ページに続く。)

(1) 図1の画面のように表示される a, b の値の組合せとして最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ソ}}$

	a	b
⓪	$\frac{2}{3}$	2
①	$\frac{2}{3}$	-2
②	$-\frac{2}{3}$	2
③	$-\frac{2}{3}$	-2

(2) 次の操作P，操作Q，操作R，操作Sのうち，いずれか一つの操作を行う。

操作P：図1の状態から b の値は変えず，a の値を大きくする。
操作Q：図1の状態から b の値は変えず，a の値を小さくする。
操作R：図1の状態から a の値は変えず，b の値を大きくする。
操作S：図1の状態から a の値は変えず，b の値を小さくする。

このとき，$y=ax+b$ のグラフが第3象限を通ることが起こり得る操作をすべて挙げたものとして正しい組合せを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{タ}}$

⓪ 操作P, Q　① 操作P, R　② 操作P, S
③ 操作Q, R　④ 操作Q, S　⑤ 操作R, S
⑥ 操作P, Q, R　⑦ 操作Q, R, S

(第1問は次ページに続く。)

次に，b の値を(1)の値のまま変えずに，a の値だけを大きくしたり小さくしたりする。このとき，$y=ax+b$ のグラフが第３象限を通らないような a の値の範囲は

a $\boxed{\text{チ}}$ $\boxed{\text{ツ}}$

である。

また，a，b の値をいろいろ変えても $\boxed{\text{テ}}$ に平行な直線を画面上に表示することはできない。

$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群：

⓪ $<$　　① $\leqq$　　② $>$　　③ $\geqq$

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群：

⓪ x 軸　　① y 軸　　② 直線 $y=x$

(第１問は次ページに続く。)

(3) $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{5}{2}$ と入力し，x の変域を $-1\leqq x\leqq 3$ とすると，y の変域は

$\boxed{\text{ト}}\leqq y\leqq\boxed{\text{ナ}}$

である。

また，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域が $\boxed{\text{ト}}\leqq y\leqq\boxed{\text{ナ}}$

となる a, b の値の入力の仕方は，$a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{5}{2}$ 以外に

$a=\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$, $b=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$

である。

(4) x の変域を $x\geqq 2$ とする。y の変域が

$y\leqq k$ （k は定数）

の形で表されるのは，a, b にどのような値を入力した場合か。a, b それぞれについて答えよ。解答は，解答欄 $\boxed{\text{(い)}}$ に記述せよ。

第３問～第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。

第５問 （選択問題）（配点 50）

(1) 太郎さんと花子さんは９個の文字 a, a, a, a, b, b, b, c, c を一列に並べるときの場合の数について話し合っている。

$\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる順列あるいは組合せの記号を，次の⓪・①のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ P　　　　① C

太郎：もし９個の文字がすべて異なる文字だとしたら，その場合の並べ方は

$${}_{\boxed{\text{ア}}}\boxed{\text{イ}}_{\boxed{\text{ア}}}\text{ 通り}$$

だね。でも，９個の文字には同じものが含まれているから，別の考え方をした方がよさそうだね。

花子：そうだね。次のように考えたらどうかな。

一列に並べる９個の文字を入れる場所を９個用意して，a, b, c の順に文字を入れていってみましょう。a は９個の場所から４個の場所を選ぶ場合で ${}_{\boxed{\text{ウ}}}\boxed{\text{エ}}_{\boxed{\text{オ}}}$ 通り，b は残りの $\left(9-\boxed{\text{オ}}\right)$ 個の場所から３個の場所を選ぶ場合で ${}_{\boxed{\text{カ}}}\boxed{\text{エ}}_{\boxed{\text{キ}}}$ 通り，c は残りの $\left(9-\boxed{\text{オ}}-\boxed{\text{キ}}\right)$ 個の場所に入れれば，a, b, c の並べ方は１通りに定まるわ。

（第５問は次ページに続く。）

太郎：同じ文字を並べるときは，場所を選ぶだけで並べ方が1通りに定まるんだね。花子さんの考えをもとに計算すると

$$ {}_{\boxed{ウ}}\mathrm{C}_{\boxed{オ}}\boxed{エ} \times {}_{\boxed{カ}}\mathrm{C}_{\boxed{キ}}\boxed{エ} \times 1 = \boxed{クケコサ}\ (\text{通り}) \quad \cdots\cdots ① $$

となるね。

花子：最初に9個の文字をすべて異なるものとして考え，${}_{\boxed{ア}}\mathrm{P}_{\boxed{ア}}\boxed{イ}$ 通りのうち，同じ文字がどれだけ重複しているかを考えることで求めることもできるわ。

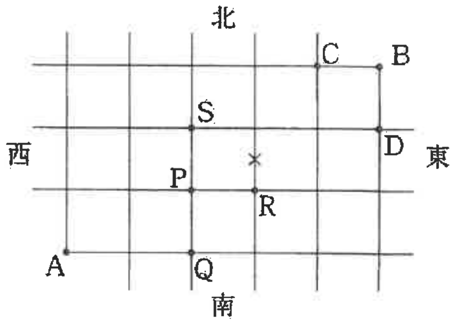
太郎：なるほど！そうすると，${}_{\boxed{ア}}\mathrm{P}_{\boxed{ア}}\boxed{イ} = \boxed{シ}!$ だから，①は

$$ \frac{\boxed{シ}!}{\boxed{ス}!\boxed{セ}!\boxed{ソ}!}\ (\text{通り}) $$

として計算することもできるね。(ただし，$\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ は解答の順序を問わない。)

(第5問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんと花子さんは(1)の考え方をもとに，下の図のような格子状の道路がある町を，さまざまな条件のもとでA地点からB地点まで最短距離で行く経路が何通りあるかを調べることにした。



(第5問は次ページに続く。)

花子：A地点からB地点まで最短距離で行くには，東に5区画，北に3区画進めばよいから，東に1区画進むことを→，北に1区画進むことを↑で表すと，5個の→と3個の↑を一列に並べる場合と同じと考えることができるね。(1)と同様に考えると

$\boxed{\text{タチ}}$ 通り

と求まるわ。

太郎：今，スマートフォンで道路状況を調べてみたら，地図の×の地点は今日一日工事で通れないみたいだよ。だから，A地点からB地点まで行く経路は

$\boxed{\text{ツテ}}$ 通り

だね。

花子：さらに，A地点，B地点以外の22か所の交差点には，一つずつお店があるから，どこか一つのお店で買い物をしてB地点に行く経路も考えてみましょう。この場合，どのお店に入るかも考えると，A地点からB地点まで行く経路は

$\boxed{\text{トナニ}}$ 通り

になるね。

太郎：地図のP地点では記念品が配られているようだよ。途中でお店に寄り，かつP地点を通ってA地点からB地点まで行く経路は

$\boxed{\text{ヌネノ}}$ 通り

と求まるね。

(第5問は次ページに続く。)

太郎さんと花子さんは，Ｃ地点かＤ地点の店で買い物をすることにした。

花子：Ｐ地点で記念品を受け取って，×印の地点を通らずに，Ｃ地点を通る経路の数とＤ地点を通る経路の数はどちらが多いのかな？

太郎：Ｃ地点，Ｄ地点のどちらを通る経路もＰ地点までの経路の数は同じだから，Ｐ地点からそれぞれの地点までの経路の数を考えればいいね。計算してみると，$\boxed{\text{ハ}}$ ことが分かるよ。

$\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ Ｃ地点を通る経路の数の方が多い

① Ｃ地点を通る経路の数とＤ地点を通る経路の数は等しい

② Ｄ地点を通る経路の数の方が多い

(第５問は次ページに続く。)

午前中はＰ地点で記念品が配られていたが，午後からはＱ地点，Ｒ地点，Ｓ地点のいずれかの地点に変更になるとの情報を得た。

花子：記念品を受け取る地点が変わるとき，Ｃ地点を通る経路の数と，Ｄ地点を通る経路の数はどちらが多いのかな？ 太郎：それぞれの経路の数を考えてみようよ。

$\boxed{\text{ヒ}}$，$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。

Ｃ地点を通る経路の数の方が多いのは $\boxed{\text{ヒ}}$。

Ｄ地点を通る経路の数の方が多いのは $\boxed{\text{フ}}$。

⓪ ない
① Ｑ地点で記念品が配られるときのみ
② Ｒ地点で記念品が配られるときのみ
③ Ｓ地点で記念品が配られるときのみ
④ Ｑ地点またはＲ地点で記念品が配られるとき
⑤ Ｑ地点またはＳ地点で記念品が配られるとき
⑥ Ｒ地点またはＳ地点で記念品が配られるとき
⑦ Ｑ地点またはＲ地点またはＳ地点で記念品が配られるとき