高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第1講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[集合]（$\boxed{1}$(1)(2)各25点，$\boxed{2}$各10点）

$\boxed{1}$ 整数全体の集合を Z とする．次の集合を，要素を列挙して表せ．

(1) $A=\{n \mid n^2 \leqq 5,\ n \in Z\}$

(2) $B=\{n^2-1 \mid -1 \leqq n \leqq 3,\ n \in Z\}$

$\boxed{2}$ 全体集合を $U=\{x \mid 1 \leqq x \leqq 10,\ x \text{は整数}\}$ とする．

集合 $A=\{x \mid x \text{は奇数},\ x \in U\}$，$B=\{x \mid x \text{は}3\text{の倍数},\ x \in U\}$ について，集合 $A \cup B$，$A \cap B$，$\overline{A}$，$A \cap \overline{B}$，$\overline{A} \cup B$ を求めよ．

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第１講②	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[集合の要素の個数]（$\boxed{1}$(1)(2)各 10 点　(3)20 点，$\boxed{2}$ 各 10 点）

1　1 から 200 までの整数について，次の個数を求めよ．

(1) 3 かつ 4 の倍数の個数

(2) 3 または 4 の倍数の個数

(3) 4 または 51 の倍数の個数

2　1000 以下の自然数のうち，2 の倍数がつくる集合を A，3 の倍数がつくる集合を B，5 の倍数がつくる集合を C とするとき，次の集合に属する要素の個数を求めよ．

(1) $A \cap B$

(2) $A \cap C$

(3) $A \cap B \cap C$

(4) $A \cup B$

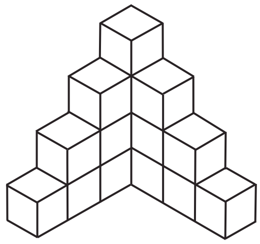
(5) $A \cap \overline{B}$

(6) $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第2講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[自然数の列]（$\boxed{1}$50 点，$\boxed{2}$(1)10 点　(2)(3)各 20 点）

$\boxed{1}$　1 辺が 12cm の立方体の形をした箱を右の図のように積み上げる．一番高い所が下から 180cm になるようにするには，箱は全部で何個必要か．



$\boxed{2}$　1 から 1000 までの自然数について

(1) 3 の倍数の和を求めよ．

(2) 2 または 3 の倍数の和を求めよ．

(3) 5 の倍数でない数の和を求めよ．

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第2講②	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[個数の数え方]（$\boxed{1}$ 40点，$\boxed{2}$(1)(2)各30点）

1 504の約数についてこれらの約数は全部でいくつあるか．

2 次の場合，お金の全部または一部でちょうど支払える金額は何通りか．

(1) 10円硬貨5枚，100円硬貨3枚，500円硬貨3枚

(2) 5円硬貨4枚，10円硬貨3枚，100円硬貨2枚

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第3講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[順列(1)] ($\boxed{1}$(1)(2)各 20 点，$\boxed{2}$(1)(2)各 30 点)

1 7個の数字0，1，2，3，4，5，6から異なる3個の数字を選んで3桁の整数を作るとき

(1) 3桁の整数はいくつできるか.

(2) 偶数はいくつできるか.

2 男子5人と女子2人を横に1列に並べるとき，次の条件を満たす並べ方はそれぞれ何通りあるか.

(1) 女子2人が隣り合う.

(2) 男子5人，女子2人が隣り合う.

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第 3 講②	氏名	得点
		学習日　　月　日 / 所用時間　　分	／100

[順列(2)] （$\boxed{1}$(1)10 点　(2)(3)各 20 点，$\boxed{2}$(1)10 点　(2)(3)各 20 点）

$\boxed{1}$ (1) 男子 5 人と女子 2 人が円形に並ぶ並び方は何通りか．

(2) (1)のうち，2 人の女子が隣り合わない並び方は何通りか．

(3) 7 人から 4 人が選ばれて円形に並ぶ方法は何通りか．

$\boxed{2}$ 5 個の数字 1，2，3，4，5 から 4 個の数字をとってできる 4 桁の正の整数の集合を S とする．ただし，同じ数字を繰り返し用いてもよい．

(1) S の要素の個数を求めよ．

(2) S の要素のうち，3200 より大きいものの個数を求めよ．

(3) S の要素のうち，4000 より大きい偶数の個数を求めよ．

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第4講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[組合せ(1)]（$\boxed{1}$(1)(2)各 20 点，$\boxed{2}$(1)～(4)各 15 点）

$\boxed{1}$ 男子生徒 20 人，女子生徒 10 人の中から，次のような選び方は何通りあるか.

(1) 特定な 2 人をともに含むように 7 人を選ぶ.

(2) 3 人を選ぶのに，女子生徒から少なくとも 1 人を選ぶ.

$\boxed{2}$ 正十二角形の頂点を結んで得られる三角形を考える.

(1) 三角形の総数はいくつか.

(2) 直角三角形はいくつあるか.

(3) 正三角形はいくつあるか.

(4) 鋭角三角形はいくつあるか.

■高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第４講②	氏名		得点
		学習日　月　日	所用時間　分	/100

[組合せ(2)] （$\boxed{1}$(1)～(3)各 20 点，$\boxed{2}$ 40 点）

$\boxed{1}$ 9 人を次のように分ける方法は何通りあるか．

(1) 9 人を 4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける方法

(2) 9 人を 3 人ずつ，A，B，C の 3 つの組に分ける方法

(3) 9 人を 3 人ずつ，3 つの組に分ける方法

$\boxed{2}$ 数字 1，2，3，4，5，5，5 を用いて作った 4 桁の整数は全部で$\boxed{}$個ある．

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第5講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	/100

[総合演習(1)]（$\boxed{1}$(1)10 点　(2)(3)各 20 点，$\boxed{2}$(1)30 点　(2)20 点）

$\boxed{1}$　5 個の数字 1，2，3，4，5 から相異なる 4 個の数字をとってできる 4 桁の正の整数の集合を S とする．

(1) S の要素の個数を求めよ．

(2) S の要素のうち，3200 より大きいものの個数を求めよ．

(3) S の要素のうち，4000 より大きい偶数の個数を求めよ．

$\boxed{2}$　同じ大きさの赤球が 2 個，青球が 2 個，白球が 2 個，黒球が 1 個，計 7 個がある．これに糸を通して輪を作る．

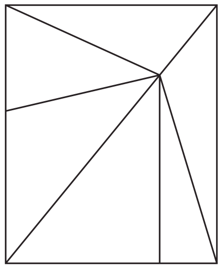
(1) 輪は何通りあるか．

(2) 青球が隣り合わない輪は何通りあるか．

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 標準 **個数の処理** 第５講②	氏名		得点
		学習日 月　日	所用時間 分	／100

［総合演習(２)］（$\boxed{1}$60 点，$\boxed{2}$(1)10 点　(2)10 点　(3)20 点）

1　長方形を右の図のように６つの三角形に分け，赤，青，黄の３色を使って，次の条件(1)～(3)のすべてを満たすように塗り分けたい．塗り方は何通りあるか．

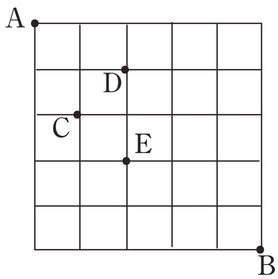


(1) 個々の三角形を赤，青，黄の中の１色だけで塗る．

(2) １辺を共有する２個の三角形を異なる色で塗る．

(3) 赤，青，黄のうちで使わない色はない．

2　図のように，東西６本と南北６本の道があり，さらに A,B，C,D,E の５地点がある．



(1) A から B への最短路の数を求めよ．

(2) A から D を通り B に至る最短路の数を求めよ．

(3) A から B に至る最短路で，C も E も通らない道の数を求めよ．

模範解答

第1講①

$\boxed{1}$ (1) $n^2 \leqq 5$ から $-\sqrt{5} \leqq n \leqq \sqrt{5}$

これを満たす整数 n を求めて

$\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

(2) $-1 \leqq n \leqq 3$，$n \in Z$ を満たす n は

$-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

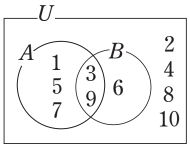
これに対する n^2-1 の値を計算すると

順に $0,\ -1,\ 0,\ 3,\ 8$　よって

$\{-1,\ 0,\ 3,\ 8\}$

$\boxed{2}$ $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$，$B=\{3,\ 6,\ 9\}$

であるから，右の図のようになる．



$A \cup B=\{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$

$A \cap B=\{3,\ 9\}$

$\overline{A}=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

$A \cap \overline{B}=\{1,\ 5,\ 7\}$

$\overline{A} \cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9,\ 10\}$

第1講②

$\boxed{1}$ 1から200までの整数について

3の倍数　3，6，……，3×66　(U)

4の倍数　4，8，……，4×50　(A)

12の倍数　12，24，……，12×16　(B)

51の倍数　51，102，51×3　(D)

204の倍数　（ない）　(E)

1から200までの整数全体の集合を全体集合 U とし，3，4，3×4，51，4×51 の倍数全体の集合を，それぞれ A，B，C，D，E とする．

(1) 3と4は互いに素であるから

$n(A \cap B)=n(C)=16$（個）

(2) $n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$

$=66+50-16=100$（個）

(3) $B \cap D=E=\phi$ であるから

$n(B \cup D)=n(B)+n(D)=50+3=53$（個）

$\boxed{2}$ 1から1000までの整数について(U)

2の倍数　2，4，　……，$2\times 500(A)$

3の倍数　3，6，　……，$3\times 333(B)$

5の倍数　5，10，　……，$5\times 200(C)$

6の倍数　6，12，　……，$6\times 166(D)$

10の倍数　10，20，　……，$10\times 100(E)$

15の倍数　15，30，　……，$15\times 66(F)$

30の倍数　30，60，　……，$30\times 33(G)$

(1) 2と3は互いに素であるから

$n(A \cap B)=n(D)=166$（個）

(2) 2と5は互いに素であるから

$n(A \cap C)=n(E)=100$（個）

(3) 2と3と5は互いに素であるから

$n(A \cap B \cap C)=n(G)=33$（個）

(4) $n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$

$=500+333-166=667$（個）

(5) $n(A \cap \overline{B})=n(A)-n(A \cap B)$

$=500-166$

$=334$

(6) $n(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})=n(A)-n(A \cap B)$

$-n(A \cap C)+n(A \cap B \cap C)$

$=500-166-100+33$

$=267$

第２講①

$\boxed{1}$ $180\div 12=15$ であるから，箱は全部で

$1+3+5+7+\cdots\cdots+(2\times 15-1)=15^2$

$=225$（個）

$\boxed{2}$ (1) $1000=3\times 333+1$ であるから，求める和は

$3\times 1+3\times 2+3\times 3+\cdots\cdots+3\times 333$

$\dfrac{1}{2}n(n+1)$ で $n=333$

$=3(1+2+3+\cdots\cdots+333)$

$=3\times\dfrac{1}{2}\cdot 333(333+1)=166833$

(2) 2の倍数の和，3の倍数の和を，それぞれ S_2，S_3 とする．また，2かつ3の倍数すなわち6の倍数の和を S_6 とすると

$S_2=2\times 1+2\times 2+2\times 3+\cdots\cdots+2\times 500$

$=2\left\{\dfrac{1}{2}\cdot 500(500+1)\right\}=250500$

$S_6=6\times 1+6\times 2+6\times 3+\cdots\cdots+6\times 166$

$=6\left\{\dfrac{1}{2}\cdot 166(166+1)\right\}=83166$

ゆえに，求める和 S は

$S=S_2+S_3-S_6=250500+166833-83166$

$=334167$

(3) 1から1000までの自然数の総和を S_1，5の倍数の和を S_5 とすると

$S_1=1+2+3+\cdots\cdots+1000$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 1000(1000+1)=500500$

$S_5 = 5\times1 + 5\times2 + 5\times3 + \cdots\cdots + 5\times200$

$= 5\left\{\dfrac{1}{2}\cdot 200(200+1)\right\} = 100500$

ゆえに，求める和 T は

$T = S_1 - S_5 = 500500 - 100500 = 400000$

▮第２講②

$\boxed{1}$ $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$　よって，504 の約数は，すべて$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+7)$を展開したときの項として１つづつ出てくる．

504 の約数の個数は

$(3+1)(2+1)(1+1) = 4\cdot3\cdot2 = 24$（個）

$\boxed{2}$ (1) 500 円硬貨の出し方は０枚，１枚，２枚，３枚の４通り．同様に考えて，100 円硬貨の出し方は４通り，10 円硬貨の出し方は６通りであるから，積の法則により

$4\times4\times6 = 96$（通り）

よって，求める場合の数は，０円の場合を除いて $96 - 1 = 95$（通り）

(2) 10 円硬貨３枚と５円硬貨４枚で，５円から 50 円までの５の倍数の金額すべてを表せる．したがって，100 円硬貨の出し方が 0，1，２の３通りに対して，５円硬貨の出し方が，それぞれ０〜10 の 11 通りあると考えて，積の法則により

$3\times11 = 33$（通り）

よって，求める場合の数は，０円の場合を除いて　$33 - 1 = 32$（通り）

▮第３講①

$\boxed{1}$ 百の位は０でないから，１から６までの６個から１個とる．

十，一の位は他の６個から２個とる順列 ${}_6\mathrm{P}_2$

よって　　$6\times{}_6\mathrm{P}_2 = 6\times6\cdot5 = 180$（個）

(2) 偶数は一の位が 0，2，4，6 の数．この一の位の数が

[1] ０の場合　百，十の位の数は他の６個から２個とる順列で ${}_6\mathrm{P}_2$

[2] 2，4，6 の場合　百の位は０を除く他の５通り，十の位はさらに他の５通りであるから　$5\times5\times3$

したがって　${}_6\mathrm{P}_2 + 5\times5\times3 = 30 + 75$

$= 105$（個）

$\boxed{2}$ (1) 女子２人１組と男子５人の合計を６人と考えて，１列に並べると

${}_6\mathrm{P}_6$ 通り

次に，女子２人の並べ方が ${}_2\mathrm{P}_2$ 通り

したがって ${}_6\mathrm{P}_6\times{}_2\mathrm{P}_2 = 6!\times2! = 1440$（通り）

(2) 男子５人１組，女子２人１組の位置は右の図のように２通り（${}_2\mathrm{P}_2$）

| 男 男 男 男 男 | | 女 女 |

| 女 女 | | 男 男 男 男 男 |

次に，男子５人を並べる ${}_5\mathrm{P}_5$　女子２人を並べる ${}_2\mathrm{P}_2$

したがって　$2\times{}_5\mathrm{P}_5\times{}_2\mathrm{P}_2 = 2\times5!\times2! = 480$（通り）

▮第３講②

$\boxed{1}$ (1) １人を固定して他の６人を並べて

${}_6\mathrm{P}_6 = 6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 720$（通り）

(2) 男子１人を固定して，残りの男子４人を円周上に並べる並べ方は

${}_4\mathrm{P}_4 = 4\cdot3\cdot2\cdot1 = 24$（通り）

その男子と男子の間の５カ所に女子２人を１人ずつ並べる並べ方は

${}_5\mathrm{P}_2 = 5\cdot4 = 20$（通り）

したがって，求める並び方は，積の法則により

${}_4\mathrm{P}_4\times{}_5\mathrm{P}_2 = 24\times20 = 480$（通り）

(3) ７人から４人を選ぶ順列は ${}_7\mathrm{P}_4$ 通り．

このうち円順列として同じものが４個ずつあるから，円形に並ぶ方法は

$\dfrac{{}_7\mathrm{P}_4}{4} = \dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4} = 210$（通り）

$\boxed{2}$ (1) $5^4 = 625$（個）

(2) 千の位が３のとき，百の位は 2，3，4，5 の４通り．十，一の位はそれぞれ５通り．

よって 4×5^2 個．千の位が 4，5 のとき，百，十，一の位はそれぞれ５通り．

よって 2×5^3 個．以上から

$4\times5^2 + 2\times5^3 = 100 + 250 = 350$（個）

(3) 千の位は 4，5 の２通り．一の位は 2，4 の２通り．百，十の位はそれぞれ５通り．

よって　$2\times2\times5^2 = 100$（個）

▮第４講①

$\boxed{1}$ (1) 特定の２人を除いた 28 人の生徒から，５人を選んで，それに特定の２人を加える．したがって，求める選び方は

${}_{28}\mathrm{C}_5 = \dfrac{28\cdot27\cdot26\cdot25\cdot24}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 98280$（通り）

(2) 30人の生徒から3人を選ぶ選び方は ${}_{30}C_3$ 通り．また，男子生徒20人から3人を選ぶ選び方は ${}_{20}C_3$ 通り．

したがって，求める選び方は

$${}_{30}C_3-{}_{20}C_3=\frac{30\cdot29\cdot28}{3\cdot2\cdot1}-\frac{20\cdot19\cdot18}{3\cdot2\cdot1}$$

$$=4060-1140=2920\text{（通り）}$$

2 頂点はどの3点も同一直線上にないから，三角形の総数は ${}_{12}C_3=220$（個）

円周角が直角になるのは直径の上に立つ場合に限るから，直角三角形の斜辺は直径であり，その選び方は6通り．直角の頂点は直径の両端を除く10個から1個選べばよいから

$$6\times{}_{10}C_1=60\text{（個）}$$

正三角形は1つの頂点を決めると他の2つの頂点は自動的に決まり，3つずつ重複しているから

$$12\div3=4\text{（個）}$$

鋭角三角形はその内部に正十二角形の外接円の中心をもつから，1つの頂点について $1+2+3+4=10$ 通りあり，重複を考えて

$$10\times12\div3=40\text{（個）}$$

第4講②

1 (1) まず9人から4人を選び，次に残った5人から3人を選ぶと定まる．

よって　${}_9C_4\cdot{}_5C_3=126\times10=1260$（通り）

(2) まず9人から3人選んで A 組に入れる．次に残った6人から3人を選んで B 組に入れる．残りの3人は自動的に C 組に入れる．したがって

$${}_9C_3\cdot{}_6C_3=84\times20=1680\text{（通り）}$$

(3) (2)で，A，B，C の区別をなくすと，同じものが3!通りずつでてくるから

$${}_9C_3\cdot{}_6C_3\div3!=1680\div6=280$$

（通り）

2 [1] 1，2，3，4，5を用いて作る．

$${}_5P_4=5\cdot4\cdot3\cdot2=120\text{（通り）}$$

[2] 5を2つ含むもの　他の2つの選び方は ${}_4C_2$ 通り．選んだ4個の順列は

$\dfrac{4!}{2!}$ ずつあるから

$${}_4C_2\times\frac{4!}{2!}=6\times12=72\text{（通り）}$$

[3] 5を3つ含むものは

$${}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16\text{（通り）}$$

以上から　$120+72+16=208$（通り）

第5講①

1 (1) ${}_5P_4=5\cdot4\cdot3\cdot2=120$（個）（答）

(2) [1] $3abc$ の形の数は，百の位 a は2，4，5の3通り，

十，一の位 bc は残り3個の数字から2個とって並べるから

$$3\times{}_3P_2=3\times3\cdot2=18$$

[2] $4abc$，$5abc$ の形の数は百，十，一の位は残り4個の数字から3個とって並べるから，それぞれ　${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$

したがって，[1]，[2]から

$$18+24\times2=66\text{（個）（答）}$$

(3) 5個の数字の中で偶数は2，4であるから，4000より大きい偶数は

$4ab2$，$5ab2$，$5ab4$ の形．

それぞれ百，十の位 ab は残り3個の数字から2個とって並べるから

$$3\times{}_3P_2=3\times3\cdot2=18\text{（個）（答）}$$

2 (1)黒球を固定して，平面上に並べると ${}_6P_6$ 通りある．このうち赤球と赤球を入れ替えても同じ，青球，白球についても同じであるから，全体で

$$\frac{{}_6P_6}{2\cdot2\cdot2}=90\text{（通り）}$$

また，このうち ${}_3P_3=6$ 通り（赤，青，白の順序）は左右対称であるから，裏返すと自分自身になる．その他は裏返すと同じものが2つずつある．

よって，輪は

$$\frac{90-6}{2}+6=48\quad\text{（通り）}$$

(2) 青球が隣り合う場合は，青球2個を1個とみて，平面上に並べると，(1)と同様に考えて

$$\frac{{}_5P_5}{2\cdot2}=30\text{（通り）}$$

このうち，左右対称なものは2通り．輪にすると

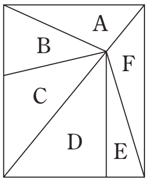
$$\frac{30-2}{2}+2=16\text{（通り）}$$

したがって，青球が隣り合わない場合は

$48-16=32$（通り）

▌第５講②

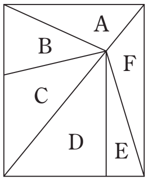
1　塗る部分を，右の図のように，A，B，C，D，E，F とする．



(ア) 赤を３回使う場合

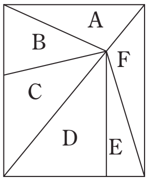
① A，C，E に赤を塗るとき B，D，F に塗る色は，次の６通り．

(B，D，F)=（青，青，黄），（青，黄，青），（青，黄，黄），（黄，青，青），（黄，青，黄），（黄，黄，青）



② B，D，F に赤を塗るときも同様に６通り．

したがって　$6\times2=12$（通り）

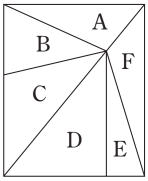


(イ) 赤を２回使う場合

③ A，C に赤を塗るとき B に青，黄のどちらかを塗り，そのおのおのに対して

(D，E，F)＝（青，黄，青），（黄，青，黄）

の２通りであるから，全部で $2\times2=4$（通り）



④ A，D に赤を塗るとき (B，C)，(E，F)は（青，黄），（黄，青）の２通りずつで $2\times2=4$（通り）

⑤ A，E　⑥ B，D　⑦ B，E　⑧ B，F　⑨ C，E　⑩ C，F　⑪ D，F に赤を塗るときも同様に，各４通り．

したがって $4\times9=36$（通り）

(ウ) 赤を１回だけ使う場合　⑫ A に赤を塗る場合

(B，C，D，E，F)=（青，黄，青，黄，青），（黄，青，黄，青，黄）の２通り．

⑬ B　⑭ C　⑮ D　⑯ E　⑰ F に赤を塗るときも同様．

したがって $2\times6=12$（通り）

以上，(ア)〜(ウ)を加えて

$12+36+12=60$（通り）

2　(1)右進５回，下進５回であるから

${}_{10}C_5=252$（通り）

(2) A から D への最短路の数は

${}_3C_2=3$（通り）

D から B への最短路の数は

${}_7C_3=35$（通り）

したがって，求める数は

$3\times35=105$（通り）

(3) A → C → B，A → E → B の最短路の数は，それぞれ

${}_3C_1\times{}_7C_4=105$（通り），

${}_5C_2\times{}_5C_3=100$（通り）

また A → C → E → B の最短路の数は

${}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_5C_3=60$（通り）

ゆえに，C または E を通って A から B へ至る最短路の数は

$105+100-60=145$（通り）

したがって，求める数は，(1)よりこの数を引いて

$252-145=107$（通り）