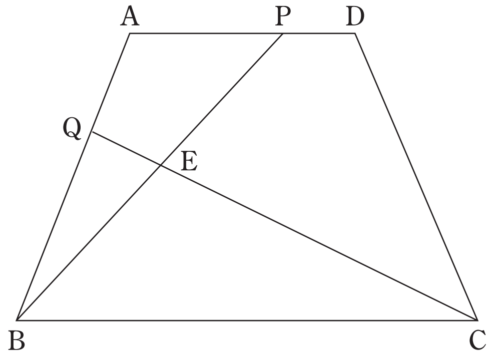
高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 上級 平面図形 第1講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所要時間 分	/100

[三角形と比]（1 各30点，2 40点）

1　右の図で，AD//BC，AD＝3，BC＝6 である。また，AP：PD＝2：1，AQ：QB＝1：2 であり，PB と QC の交点を E とする。

⑴　PE：EB を求めよ。

⑵　QE：EC を求めよ。



2　∠A が直角の直角三角形 ABC において，A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とする。また，∠B の二等分線が AH，AC と交わる点をそれぞれ D，E とする。このとき，AD：DH＝CE：EA が成り立つことを証明せよ。

高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 上級 **平面図形** 第1講②	氏名		得点
		学習日 月　日	所要時間 分	/100

[線分比，面積比]（1 50点，2 50点）

1　右の図の △ABC で，点 D，E はそれぞれ

BD：DC＝4：3

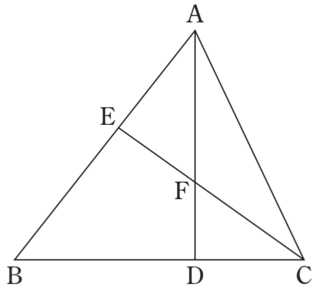
AE：EB＝2：3

となる点である。

AD と CE の交点を F とするとき，四角形 BDFE と △ABC の面積の比

▱BDFE：△ABC

を求めよ。



2　△ABC 内に 1 点 O をとり，3 直線 AO，BO，CO がそれぞれ頂点 A，B，C の対辺と交わる点を P，Q，R とする。直線 QR が辺 BC の延長と交わるとき，その交点を S とする。このとき BP：PC＝BS：SC であることを示せ。

（S は半直線 CB 上にあるものとする）

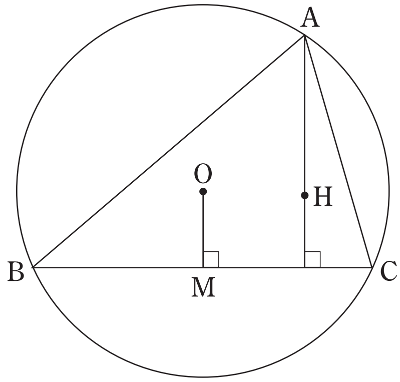
高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 上級 平面図形 第2講①	氏名		得点
		学習日 月　日	所要時間 分	/100

[円の基本性質]（1 (1) 30点，(2) 20点，2 50点）

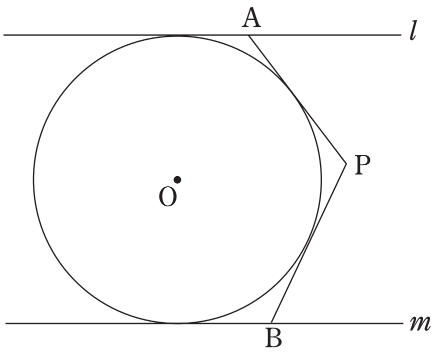
1 鋭角三角形 ABC の外心を O，垂心を H とし O から辺 BC に下ろした垂線の足を M とする。

(1) AH＝2OM を示せ。

(2) △ABC の重心を G とすれば，O，G，H は 1 直線上にあることを示せ。



2 円 O の平行な 2 接線を l，m とする。l，m の間の点 P から円 O への 2 つの接線をひき，l，m との交点を A，B とすると PA・PB＝PO^2 であることを示せ。



高等学校対応数学 確認テスト	数学Ⅰ・A 上級 **平面図形** 第2講②	氏名		得点
		学習日 月　日	所要時間 分	/100

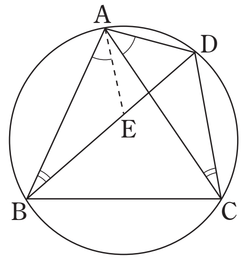
[円周角]（1 50点，2 50点）

1　四角形 ABCD が円に内接しているならば

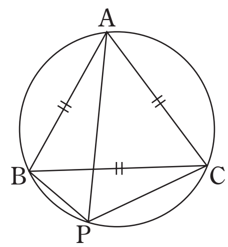
$$AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$$

であることを示せ。

（ヒント：対角線 BD 上に $\angle BAE = \angle CAD$ となるような点 E をとる）



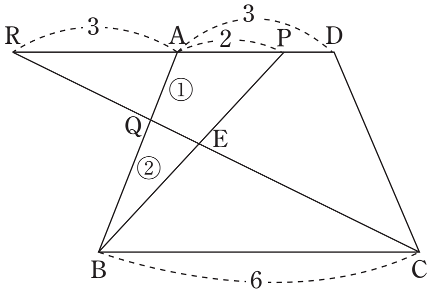
2　正三角形 ABC の外接円上に，直線 BC に関して点 A と反対側の弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 P をとると，$PA = PB + PC$ であることを証明せよ。



模範解答

第1講①

1



AD，QC の延長上の交点を R とする。

AD//BC より △AQR ∽ △ BQC

∴　RA：BC＝AQ：QB＝1：2

∴　RA＝3　⇒　RP＝5

(1) △PER ∽ △BEC より

PE：EB＝RP：BC＝5：6

(2) RQ＝x，QE＝y，EC＝z とおくと(1)より

$x:(y+z)=1:2 \iff 2x=y+z$

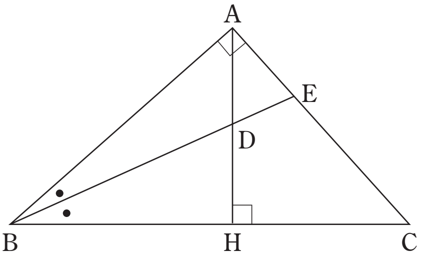
$(x+y):z=5:6 \iff 6x+6y=5z$

これより　$3y+3z+6y=5z$

∴　$9y=2z$

よって　QE：EC＝$y:z=2:9$

2



△ABH で BD が ∠ABH の 2 等分線より

AD：DH＝AB：BH　……①

△ABC でも同様に

CE：EA＝BC：AB　……②

また，△ABH ∽ △CBA

∴　AB：BH＝CB：BA　……③

①，②，③ より

AD：DH＝CE：EA

第1講②

1　△ABF，△BCF，△CAF の面積をそれぞれ s，t，u，△ABC 全体の面積を $v(=s+t+u)$ とおく。

$$\left.\begin{aligned} s:u&=4:3 \\ u:t&=2:3 \end{aligned}\right\}\ \therefore\ s:u:t=8:6:9$$

すなわち　$s=\dfrac{8}{23}v$，　$u=\dfrac{6}{23}v$，　$t=\dfrac{9}{23}v$

$$\triangle \mathrm{AEF}=\frac{2}{5}s=\frac{2}{5}\cdot\frac{8}{23}v,$$

$$\triangle \mathrm{DCF}=\frac{3}{7}t=\frac{3}{7}\cdot\frac{9}{23}v$$

よって

$$\begin{aligned}\square\mathrm{BDFE}&=v-\left(\frac{6}{23}+\frac{16}{5\times23}+\frac{27}{7\times23}v\right)\\ &=\left\{1-\frac{1}{23}\left(6+\frac{16}{5}+\frac{27}{7}\right)\right\}v\\ &=\left(1-\frac{1}{23}\cdot\frac{210+112+135}{35}\right)v\\ &=\left(1-\frac{457}{805}\right)v\\ &=\frac{348}{805}v\end{aligned}$$

よって ▱BDFE：△ABC＝348：805

2　3 直線 AP，BQ，CR が 1 点 O で交わるから，チェバの定理により

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1 \quad \cdots\cdots①$$

3 点 S，R，Q は △ABC の頂点を通らない 1 直線上にあるから，メネラウスの定理により

$$\frac{\mathrm{BS}}{\mathrm{SC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1 \quad \cdots\cdots②$$

①，②で $\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\dfrac{\mathrm{QA}}{\mathrm{RB}}$ が共通だから

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}=\frac{\mathrm{BS}}{\mathrm{SC}}$$

∴　BP：PC＝BS：SC

第2講①

1　(1) 直径 BD をひく。

△ABD において AD⊥AB，また HC⊥AB

∴　AD//HC

△BCD において DC⊥BC，また AH⊥BC

∴　AH//DC

よって ▱AHCD は平行四辺形だから

AH＝DC

△BCD で BM＝MC，OM//DC より

DC＝2OM　　　　∴　AH＝2OM

⑵ OH と AM の交点を G′ とすれば，⑴の直径より $AH=2OM$ かつ $AH /\!/ OM$

よって $\triangle AG'H \backsim \triangle MG'O$

$\therefore\ AG'=2G'M$

G′ は線分 AM を 2：1 に内分している（AM は中線）ので G′ は重心 G と一致している。

2 l，m の円との接点を T，T′ とする（TT′ は直径）OA，OP，OB はそれぞれ ∠A，∠P，∠B を二等分するからそれらを図のように α，β，γ とおく

五角形 TAPBT′ の内角の和は

$(2\times5-4)\times90°=6\times90°$ であり，

$\angle ATT'=\angle TT'B=90°$ より

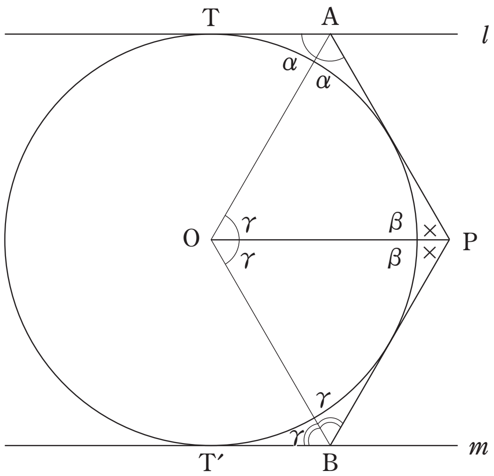
$2(\alpha+\beta+\gamma)=540°-180°=360°$

$\therefore\ \alpha+\beta+\gamma=180°$

よって，中心角 $\angle AOP=\gamma$，

$\angle POB=\alpha \Rightarrow \triangle APO \backsim \triangle OPB$

$\therefore\ AP:PO=OP:PB \Leftrightarrow PA\cdot PB=PO^2$



▌第2講②

1 対角線 BD の上に点 E を

$\angle BAE=\angle CAD$ ……①

であるようにとる，

$\angle ABE=\angle ABD=\angle ACD$ ……②

①，②から $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

$\therefore\ AB:AC=BE:CD$

よって $AB\cdot CD=AC\cdot BE$ ……③

① の両辺に ∠EAC を加えて

$\angle BAC=\angle EAD$ ……④

また $\angle ACB=\angle ADB=\angle ADE$ ……⑤

④，⑤から $\triangle ABC \backsim \triangle AED$

$\therefore\ AC:AD=BC:ED$

よって $AD\cdot BC=AC\cdot ED$ ……⑥

③，⑥を辺々加えて

$AB\cdot CD+AD\cdot BC=AC\cdot BE+AC\cdot ED$

$=AC\cdot(BE+ED)=AC\cdot BD$

（トレミーの定理）

2 AP 上に PB＝PD となる点 D をとると，

$\angle BPD=\angle ACB=60°$

△PDB は頂点 60° の二等辺三角形だから正三角形である

$\therefore\ PB=BD$

また $\angle ABC=\angle PBD=60°$ より

$\angle ABD=60°-\angle CBD=\angle PBC$ …①

$\angle ADB=120°$，

$\angle BPC=\angle BPA+\angle APC=60°+60°=120°$

$(\angle ADB=\angle BPC=120°)$ ……②

$AB=BC$ ……③

①，②，③から $\triangle ABD \equiv \triangle CBP$

$\therefore\ AD=PC$

よって $PA=PD+DA=PB+PC$